Solución

① $1+5+9+\ldots+49+53$

a) Esta en forma extendida

b) Varia de 4 en 4, razón constante. Debe ser Aritmetica

c) Estrategia: Aplicar la formula

$A_1 = 1$

$d = 4$

$n = \left(\frac{A_n - A_1}{d}\right)+1 = \left(\frac{53-1}{4}\right)+1 = 13+1 = 14$

$S_A = A_1 n + \frac{d}{2}(n(n-1)) = 14(1) + \frac{4}{2}(14(14-1)) = 14+364$

$= \underline{\underline{378}}$

② $\sum_{n=1}^{47} 2n-5$

a) Esta en notación sigma

b) Varia de 2 en 2*, razón constante. Debe ser Aritmética.

c) Estrategia: Aplicar la Fórmula

* $A_1 = 2(1)-5 = -3$ $+2$

$A_2 = 2(2)-5 = -1$ $+2$

$A_3 = 2(3)-5 = 1$

$A_1 = -3$

$d = 2$

$n = 47$

$$S_A = nA_1 + \frac{d}{2}(n(n-1)) = 47(-3) + \frac{2}{2}(47(47-1)) = -141 + 2162$$

$$= \underline{\underline{2021}}$$

③ Encuentra al Valor de una serie que va de 1 a 35. El valor de An esta dado por $\frac{n}{2} + 1$ y $A_1 = \frac{3}{2}$

a) Esta serie esta redactada

b) Estrategia: Pasarla a notación sigma, revisar el tipo de serie, aplicar fórmula.

$$S_j = \sum_{n=1}^{35} \frac{n}{2} + 1$$

$$A_1 = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} = \frac{3}{2}$$

$$A_2 = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} = \frac{4}{2}$$

$$A_3 = \frac{3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{5}{2}$$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ Razón constante, Serie Aritmética

$A_1 = \frac{3}{2}$

$d = \frac{1}{2}$

$n = 35$

$$S_A = nA_1 + \frac{d}{2}(n(n-1)) = \frac{3}{2}(35) + \frac{1/2}{2}(35(35-1))$$

$$= \underline{\underline{350}}$$

④ $\sum_{i=1}^{20} 3(-2)^i$

a) Notacion sigma.

b) Converge porque es finita.

c) Es una serie geométrica

d) Estrategia: Restar A_0 a la fórmula.

$$S_G = \left(\frac{1-a^{n+1}}{1-a}\right)3 - 3(-2)^{0} = \left(\frac{1-(-2)^{21}}{1-(-2)}\right)3 - 3$$

$$= -2097153 - 3 = -2097150$$

⑤ Demuestre que $0.33\overline{3}$ es igual a un tercio $\left(\frac{1}{3}\right)$ usando una serie geométrica.

a) i-i, Estrategia:

b) Transformar el número decimal en serie.

c) Aplicar formula

Primero igualamos:

$$0.33\overline{3} = \frac{1}{3}$$

Transformamos a serie al lado izq:

$$0.3 + 0.03 + 0.003 + \dots = \frac{1}{3}$$

Pasamos a fraccion:

$$\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots = \frac{1}{3}$$

Sacamos al 3 como factor:

$$3\left(\frac{1}{10}\right) + 3\left(\frac{1}{100}\right) + 3\left(\frac{1}{1000}\right) + \dots = \frac{1}{3}$$

Notamos el patron de exponentes, y reescribimos:

$$3\left(\frac{1}{10}\right)^1 + 3\left(\frac{1}{10}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{10}\right)^3 + \dots = \frac{1}{3}$$

Lo pasamos a notación sigma:

$$\sum_{K=1}^{\infty} 3\left(\frac{1}{10}\right)^{K} = \frac{1}{3}$$

Notamos que la serie comienza en 1 no en Ø por lo que a la fórmula habría que restarle A_0

$$3\left(\frac{1}{\left(1-\frac{1}{10}\right)}\right) - 3\left(\frac{1}{10}\right)^{0} = \frac{3}{1}\cdot\frac{10}{9} - \frac{27}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$ QED :)